

CC2

Documents, calculatrices et portables interdits. Les réponses doivent être accompagnées d'une justification.

Durée : 1h

Exercice 1. a) Calculer la fonction dérivée de $f : x \mapsto \cos(x^2)$.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow \sqrt{\pi}} \frac{\cos(x^2) + 1}{x - \sqrt{\pi}}$.

Exercice 2. a) Résoudre l'inéquation $\ln(4x + 1) > 2$.

b) Résoudre l'équation $\ln(x + 1) + \ln(x) = 0$.

Exercice 3. On considère la fonction $g :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in]0, +\infty[, g(x) = \frac{e^x}{x}.$$

a) Quelles est la limite de g en 0 (à droite)?

b) Calculer $g'(x)$ et étudier son signe. Dresser le tableau de variation de la fonction g . On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.

c) La fonction g admet-elle un minimum global? Un maximum global?

d) Trouver une condition nécessaire et suffisante sur le réel λ pour que l'équation $e^x = \lambda x$ ait au moins une solution dans l'intervalle $]0, +\infty[$.

Exercice 4. On considère la fonction $h : x \mapsto (1 + x)^{1/4}$.

a) Quel est l'ensemble de définition de h ?

b) Calculer la fonction dérivée et la fonction dérivée seconde de h , et préciser l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

c) Ecrire la formule de Taylor-Young en 0 à l'ordre 2 pour la fonction h .

d) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(1 + x)^{1/4} - 4 - x}{x^2}$.