

CONTROLE CONTINU 1

Durée : 1h. Tous documents, calculatrices (sauf type collègue) et téléphones interdits. La note tiendra compte de la rédaction.

Exercice 1. On considère la suite (u_n) définie par :

$$\forall n \geq 0, u_n = n + (-1)^n.$$

- 1) Calculer u_0, u_1, u_2 .
- 2) La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est-elle monotone ? Justifier.
- 3) La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est-elle minorée ? majorée ? bornée ? Justifier.

Exercice 2.

Les propositions P, Q et R suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier de façon précise toutes vos réponses.

- 1) P : " Toute suite croissante est minorée".
- 2) Q : " Toute suite croissante est majorée".
- 3) R : " La suite définie par $u_0 = 0, u_1 = 1, \forall n \geq 0, u_{n+2} = u_{n+1}^2 + u_n$, est à termes positifs (c'est-à-dire $\forall n, u_n \geq 0$)".

Exercice 3. Pour chacune des suites suivantes, définie par son terme général et pour $n \geq 0$, dire si elle est monotone (justifier).

- 1) $u_n = 7 + \frac{3}{5n+1}$.
- 2) $v_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)^2}$.

Exercice 4. Pour chacune des suites suivantes, dire si elle est de type connu . Quand cela est possible : préciser ses caractéristiques, l'exprimer explicitement et donner sa limite éventuelle.

1. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n^2 + 1$, pour tout $n \geq 0$;
2. $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 2$;
3. $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n$, pour tout $n \geq 1$;
4. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{23}{9}$. [On pourra donner la formule sans justifier ou retrouver la formule, ce qui sera valorisé hors barème.]

Exercice 5. Déterminer la nature de chacune des suites suivantes, définie par son terme général et pour $n \geq 0$. Donner leur limite quand cela est possible. Justifier.

1. $u_n = \frac{2n^2 + 1}{3n^2 - n + 5}$;
2. $v_n = (-1)^n$;
3. $w_n = u_n + v_n$.

Barème indicatif : Ex 1/5 Ex 2/5,5 Ex 3/2,5 Ex 4/4 Ex 5/3