

Lista de exercícios 3 - Determinantes

Exercícios

1. Calcule o determinante das matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 21 \\ -14 & 28 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -1024 & 256 \\ 2048 & -512 \end{pmatrix}$$

2. Determine a relação entre a e b para que a matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ seja invertível.

3. Calcule os determinantes das matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Quais delas são invertíveis?

4. Calcule os determinantes das matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -6 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Quais delas são invertíveis?

5. Seja $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$. Para quais valores de λ a matriz $A - \lambda I_2$ não é invertível?

6. Sejam A e B duas matrizes reais de ordem n , ambas não-nulas. Suponha que $AB = 0$. Mostre que $|A| = 0$ e $|B| = 0$.

7. Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$. Calcule os determinantes abaixo. Encontre uma condição necessária e suficiente sobre a, b e c para que os determinantes sejam nulos.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & a & a \\ a & b & b \\ a & b & c \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a^2+b^2 & b^2+c^2 & c^2+a^2 \\ a^3+b^3 & b^3+c^3 & c^3+a^3 \end{vmatrix}.$$