À la recherche d'une algèbre hypercyclique fermée

Fernando Costa Jr.

Laboratoire de Mathématiques d'Avignon (ATER)
Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse

Laboratoire Paul Painlevé - Lille
Séminaire d'Analyse Fonctionnelle
26 Novembre 2021

Table de matières

Table de matières

Linéabilité, Spacéabilité et Algébrabilité

Motivation : Recherche d'une structure linéaire dans un environnement essentiellement non linéaire.

- "Conjecture" d'Ampère (1806) sur $C^0([0,1],\mathbb{R})$.
- Monstre de Weierstrass (1872) :

$$W(x)=\sum_{k=0}^{\infty} a^k\cos(b^k\pi x),\quad \text{où}\ \ a\in\,]0,1[\,,\ b\in 2\mathbb{Z}+1,\ ab>1+\tfrac{2\pi}{2}.$$

- Banach (1931) : "le sous-ensemble de $C^0([0,1],\mathbb{R})$ de fonctions quelque part dérivables est maigre".
- V. I. Gurariy (1991) : Il existe un sous-espace $X\subset C^0([0,1],\mathbb{R})$ tel que $\dim X=+\infty$ et toute $f\in X\setminus\{0\}$ est nulle part dérivable.
- V. Fonf, V. I. Gurariy, V. Kadec (1999) : Un tel espace peut être même fermé.
- F. Bayart, L. Quarta (2007) : Il existe une algèbre infiniment générée de fonctions null part dérivables.

Linéabilité, Spacéabilité et algébrabilité

Lineability / Spaceability : R. M. Aron, V. I. Gurariy, J. B. Seoane-Sepúlveda (2005).

Algebrability : R. M. Aron, D. Pérez-García, and J. B. Seoane-Sepúlveda (2006).

Un sous ensemble L d'une espace vectoriel X est :

- **linéable** lorsque $L \cup \{0\}$ contient un sous-espace de dimension infinie ;
- **spacéable** losque $L \cup \{0\}$ contient un sous-espace *fermé* de dimension infinie (déf. valable quand X est un e.v.t) ;
- **algébrable** lorsque $L \cup \{0\}$ contient une algèbre infiniment et non-finiment générée (pour X une algèbre topologique) ;
- **"closely" algébrable** : lorsque $L \cup \{0\}$ continet une sous-algèbre fermée.

Dynamique Linéaire

- C'est un thème en l'Analyse Fonctionnelle qui étudie le comportement des itérés d'un opérateur linéaire agissant sur un espace vectoriel topologique de dimension infinie.
- Pendant cet exposé, X est supposé espace de Fréchet.
- L'hypercyclicité est le thème principal de la Dynamique Linéaire.
  - On dit que $T : X \to X$ est *hypercyclique* s'il existe $x \in X$, appelé *vecteur hypercyclique* de T, tel que son orbite par l'action de T, soit $\text{orb}(x; T) := \{T^n(x) : n \geq 0\}$, est dense dans X. L'ensemble des vecteurs hypercycliques pour un opérateur T est noté $HC(T)$.
  - On dit qu'un opérateur continu $T : X \to X$ est *topologiquement transitif* si, pour tout couple d'ouverts (U, V) de X, il existe $u \in U$ et $N \in \mathbb{N}$ tels que $T^N(u) \in V$.
  - Sur un F-espace séparable et sans points isolés,
  $$\text{hypercyclicité} \iff \text{transitivité topologique}.$$

Table de matières

Sous-espaces hypercycliques

Que se passe-t-il avec $L = HC(T)$ quand T est hypercyclique ?

Théorème (Herrero-Bourdon)

Si $x \in HC(T)$, alors $\{P(T)x : P \text{ polynôme}\} \setminus \{0\}$ est un sous-espace dense de points de $HC(T)$.

En particulier, si T est hypercyclique, alors $HC(T)$ est dense-linéable.

En Dynamique Linéaire, le concept de spacéabilité pour $L = HC(T)$ donne origine à l'idée de **sous-espace hypercyclique**.

Algèbres hypercycliques

Soit X une algèbre de Fréchet. La notion d'**algèbre hypercyclique** vient d'une formulation plus modeste : c'est un sous-ensemble de $HC(T) \cup \{0\}$ qui est une sous-algèbre de X.

Notation : étant donnée $u \in X$, on note

$$A(u) = \{P(u) : P \in \mathbb{C}[X], P(0) = 0\}$$

la sous-algèbre généré par u.

Premiers résultats :

- Aron, Conejero, Peris, et Seoane-Sepúlveda (2007) : aucune translation $\tau_a : f(\cdot) \mapsto f(\cdot + a)$ sur $H(\mathbb{C})$ admet une algèbre hypercyclique.
- Bayart et Matheron (2009) et Shkarin (2010) : $D : f \mapsto f'$ sur $H(\mathbb{C})$ admet une algèbre hypercyclique.

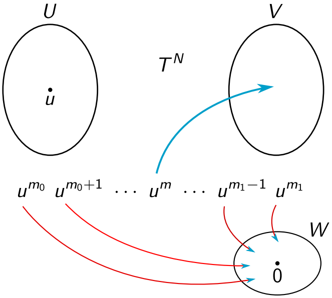
La méthode de Bayart et Matheron

Théorème (Bayart, Papathanasiou, FCJ (2020))

Soit T un opérateur linéaire continu sur une algèbre de Fréchet séparable X. On suppose que, pour tous $1 \leq m_0 \leq m_1$ et tous U, V, W ouverts non-vides de X, avec $0 \in W$, on peut choisir $m \in [\![m_0, m_1]\!]$ et trouver $u \in U$ et $N \in \mathbb{N}$ tels que

$$\begin{cases} T^N(u^m) \in V \\ T^N(u^n) \in W, \quad \textit{for } n = [\![m_0, m_1]\!] \backslash \{m\}. \end{cases}$$

Alors T admet une algèbre hypercyclique.



Algèbres hypercycliques fermées

Définition (naïve)

On dit qu'un opérateur continu T est *hyperstable* par rapport à une suite convergente $(x_n)_n$ dans X si, pour tout V ouvert non-vide de X, il existe $N \in \mathbb{N}$ tel que $T^N(x_n) \in V$ pour un nombre infini de $n \in \mathbb{N}$. On dit que T est *hyperstable* sur un sous-ensemble $A \subset X$ si T est hyperstable par rapport a toute suite convergente $(x_n)_n$ de points de A.

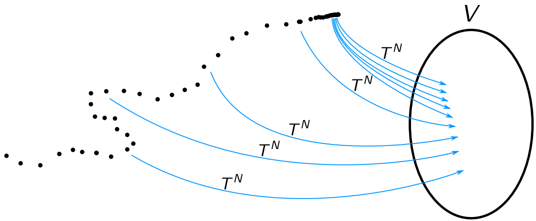


Figure 1 – Suite dans A, V quelconque

Propriété : Un opérateur T admet une algèbre hypercyclique fermée si, et seulement si, il existe $u \in X$ tel que T est hyperstable sur $A(u)$.

Algèbres hypercycliques fermées

Question : L'ensemble de vecteurs qui génèrent une algèbre hypercyclique fermée, peut-il être résiduel ?

Une suite $(x_n)_n$ dans $A(u)$ s'associe par définition à une suite $(P_n(u))_n$.

⚠ Une suite $(P_n(u))_n$ peut converger pour un vecteur u qui génère une algèbre hypercyclique même si $(P_n)_n$ ne converge pas du tout.

⚠ L'ensemble de vecteurs qui génèrent une algèbre hypercyclique peut être maigre.

Table de matières

Opérateurs multiplicatifs

Si $T : X \to X$ est une opérateur multiplicatif et P est un polynôme avec $P(0) = 0$, alors pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $f \in X$,

$$T^n(P(f)) = P(T^n(f)).$$

Pour que $\text{orb}(P(f), T)$ soit dense il suffit de fixer $V \subset X$ un ouvert non-vide et de voir que $P^{-1}(V)$ étant ouvert et non-vide, il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que

$$T^n(f) \in P^{-1}(V) \Leftrightarrow T^n(P(f)) = P(T^n(f)) \in V.$$

Théorème (Bès, Conejero et Papathanasiou (2018))

Soit T un opérateur hypercyclique et multiplicatif sur une F-algèbre X sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. Les assertions suivantes sont équivalentes :

(a) *L'opérateur T supporte une algèbre hypercyclique.*

(b) *Pour tout polynôme non-constant $P \in \mathbb{K}[t]$ avec $P(0) = 0$, l'image de l'application $\Phi_P : X \to X, f \mapsto P(f)$, est dense dans X.*

(c) *Chaque vecteur hypercyclique pour T génère une algèbre hypercyclique.*

Opérateurs de translation

Aron et al. (2007) ont montré qu'aucun opérateur de translation $\tau_a : f(\cdot) \mapsto f(\cdot + a)$ sur $H(\mathbb{C})$ n'admet une algèbre hypercyclique.

Mais les translations sont multiplicatives ! Il faut donc chercher un espace qui satisfait (b).

Corollaire (Bès, Conejero et Papathanasiou (2018))

Tout opérateur de translation $T : f \mapsto f(\cdot + a)$ avec $a \neq 0$ agissant sur $C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ admet une algèbre hypercyclique.

Que doit-on montrer pour obtenir une algèbre hypercyclique fermée dans ce contexte ?

Théorème (Grosse-Erdmann et Papathanasiou)

Tout opérateur de translation $T : f \mapsto f(\cdot + a)$ avec $a \neq 0$ agissant sur $C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ admet une algèbre hypercyclique fermée.

Table de matières

Algèbres de Fréchet de suites

On admet que X est un sous-espace de Fréchet de l'espace $\omega = \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$.
Deux produits classiques sont considérés dans cette situation.

- Le produit coordonnée par coordonnée (cpc) :

$$(a_n) \cdot (b_n)_n = (a_n b_n)_n.$$

- Le produit de convolution (ou de Cauchy) :

$$(a_n) \cdot (b_n)_n = (c_n)_n \quad \text{où} \quad c_n = \sum_{k=1}^{n} a_k b_{n-k}.$$

Exemples

- $\ell_p(\mathbb{N}), c_0(\mathbb{N})$ et ω sont des algèbres de Fréchet de suites avec le produit cpc.
- le produit cpc sur $H(\mathbb{C})$ est aussi appelé produit de Hadamard.
- $\ell_1(\mathbb{N}), \omega$ et $H(\mathbb{C})$ sont des algèbres de Fréchet de suites pour le produit de convolution.

Propriété du produit cpc

« On note $P(z) = \sum_{j=0}^{t} \hat{P}(j) z^j$ un polynôme $P \in \mathbb{K}[z]$ de degré t. »

Le produit cpc satisfait

$$(a_n)_n^j = (a_n)_n \cdot \overset{j}{\cdots} \cdot (a_n)_n = (a_n \cdot \overset{j}{\cdots} \cdot a_n)_n = (a_n^j) \quad \Longrightarrow \quad \hat{P}(j)(a_n)_n^j = (\hat{P}(j) a_n^j)$$

Par conséquent,

$$P((a_n)_n) = \sum_{j=0}^{t} \hat{P}(j)(a_n)_n^j = \sum_{j=0}^{t} (\hat{P}(j) a_n^j) = \left(\sum_{j=0}^{t} \hat{P}(j) a_n^j \right)_n = (P(a_n))_n.$$

- Une suite de polynômes complexes $(P_k)_k$ peut converger vers $f = 1 - 1_D : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ pour un disque fermé $D \ni 0$.
- Dans ce cas, $(f(a_n))_n = (1, 1, 0, 1...., 1, 0, 0, ...)$ ne sera jamais hypercyclique.
- La convergence $P_k \to f$ doit être uniforme au moins sur D.

Opérateurs de décalage pondéré sur $\ell_p(\mathbb{N})$ et $c_0(\mathbb{N})$

Théorème (Bayart, CJ et Papathanasiou (2020))

Soit $X = \ell_p(\mathbb{N})$ ou $c_0(\mathbb{N})$ muni du produit cpc. Alors, pour tout élément $x \in X$, l'algèbre fermée $\overline{A(x)}$ générée par x contient un vecteur 0-1 de support borné.

Corollaire

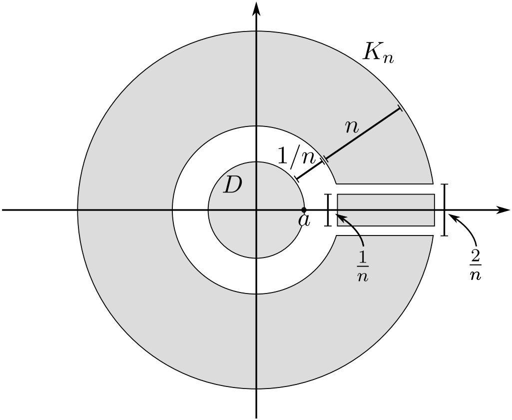
Aucun opérateur de décalage pondéré sur $X = \ell_p(\mathbb{N})$ ou $c_0(\mathbb{N})$ n'admet une algèbre hypercyclique fermée pour le produit cpc.

Corollaire

Plus généralement, aucun opérateur de la forme $P(B_w)$, où P est un polynôme et B_w est un décalage pondéré sur $X = \ell_p(\mathbb{N})$ ou $c_0(\mathbb{N})$, n'admet une algèbre hypercyclique fermée pour le produit cpc.

Démonstration.

Pour fixer les idées, voyons le cas $X = c_0(\mathbb{N})$. On fixe $x \in X$ et on trouve un disque D centré à l'origine et qui omet au moins un terme de x. Pour chaque $n \in \mathbb{N}$, on considère l'ensemble K_n comme dans l'image suivante :



On prend une fonction holomorphe f définie sur un voisinage de K_n et telle que $f(z) = 0$ si $z \in D$ et $f(z) = 1$ si $z \in K_n \setminus D$.

Démonstration.

On applique le théorème de Runge et on trouve un polynôme P_n tel que

$$\|P_n - f\|_{K_n} < \frac{1}{n}.$$

Cela défini une suite de polynômes $(P_n)_n$ telle que

- $P_n(z) \to 0$ uniformément sur D ;
- $P_n(z) \to 1$ ponctuellement sur $\mathbb{C} \setminus D$.

On peut supposer $P_n(0) = 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ sans perte de généralité.

Puisque $x = (x_k)_k \in c_0(\mathbb{N})$, il existe $k_0 \in \mathbb{N}$ tel que $x_k \in D$ pour tout $k \geq k_0$. Alors, $P_n(x)$ converge vers $y = (y_k)_k \in c_0(\mathbb{N})$ définit par

$$\begin{cases} y_k = 1 & \text{si } x_k \notin D \\ y_k = 0 & \text{si } x_k \in D. \end{cases}$$

Autrement dit, $y \in \overline{A(x)}$ est un vecteur 0-1 de support dans $[\![0, k_0]\!]$.

Démonstration.

Considérons maintenant le cas $X = \ell_p(\mathbb{N})$. On fixe $x \in \ell_p(\mathbb{N})$ et on définit la suite $(P_n)_n$ comme précédemment. D'après les inégalités de Cauchy, on a

$$|P_n'(z)| \leq \frac{M_n(z)}{R}, \text{ où } M_n(z) = \sup\{|P_n(w)| : |w - z| = R\}.$$

Si l'on prend R la moitié du rayon de D, on trouve que $(P_n')_n$ et uniformément bornée sur $\frac{1}{2}D$. On pose

$$C = \sup\{|P_n'(z)| : n \in \mathbb{N}, z \in \tfrac{1}{2}D\}$$

et on trouve

$$|P_n(z)| \leq C|z|, \ \forall n \in \mathbb{N}, \ \forall z \in \tfrac{1}{2}D. \tag{1}$$

On montre que $\|P_n(x) - y\|_p \to 0$, où y est définie comme avant.

Démonstration.

Étant donné $\varepsilon > 0$, il existe $k_0 \in \mathbb{N}$ tel que

$$k \geq k_0 \implies x_k \in \tfrac{1}{2} D \text{ et } \sum_{k=k_0}^{\infty} |x_k|^p \leq \frac{\varepsilon^p}{2C^p}.$$

Puisque $P_n(x_k) \to y_k$ ponctuellement, il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que

$$n \geq n_0 \implies \sum_{k=0}^{k_0-1} |P_n(x_k) - y_k|^p < \frac{\varepsilon^p}{2}.$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned}
\|P_n(x) - y\|_p^p &= \sum_{k=0}^{\infty} |P_n(x_k) - y_k|^p \\
&= \sum_{k=0}^{k_0-1} |P_n(x_k) - y_k|^p + \sum_{k=k_0}^{\infty} |P_n(x_k)|^p \\
&\leq \sum_{k=0}^{k_0-1} |P_n(x_k) - y_k|^p + C^p \sum_{k=k_0}^{\infty} |x_k|^p \\
&< \frac{\varepsilon^p}{2} + \frac{\varepsilon^p}{2} = \varepsilon^p.
\end{aligned}$$

$\square$

Quelques problèmes ouverts

- Le dernier théorème établi une propriété particulier des espaces $\ell_p(\mathbb{N})$ et $c_0(\mathbb{N})$. Quels sont les autres opérateurs sur ces espaces qui n'admettent pas d'algèbre hypercyclique fermé ?
  (Ex. : $P(B)$ pour un polynôme quelconque P)
- Que se passe-t-il si l'on considère le produit de Cauchy sur $\ell_1(\mathbb{N})$?

$$(a_0, a_1, a_2, ...)^2 = (a_0^2, a_0 a_1 + a_1 a_0, a_0 a_2 + a_1^2 + a_2 a_0, ...)$$

- Y a-t-il d'autres produits intéressants ?

Table de matières

Opérateurs de la forme $P(D)$

Théorème (Bayart, CJ et Papathanasiou (2020))

Aucun opérateur de convolution $P(D)$ induit par un polynôme $P \in \mathbb{C}[z]$ n'admet une algèbre hypercyclique fermée.

Démonstration.

On écrit $P(z) = \sum_{s=0}^{t} \hat{P}(s) z^s$ avec $\hat{P}(t) \neq 0$. Étant fixé $f \in HC(P(D))$, on montre que

$$\overline{A(f)} \not\subset HC(P(D)) \cup \{0\}.$$

On peut écrire f sous la forme

$$f(z) = a_0 + \sum_{n \geq p} a_n z^n, \quad \text{avec } a_p \neq 0.$$

En plus, on peut supposer $a_p = 1$ sans perte de généralité.

Méthode : trouver par récurrence une suite $(b_k)_k$ de nombres complexes et définir des polynômes $P_k(z) = \sum_{l=1}^{k} b_l (z - a_0)^{lt}$ tels que, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

- $|b_k| \leq \left(\dfrac{|\hat{P}(0)| + 1}{|\hat{P}(t)|} \right)^{kp} \times \dfrac{1}{(ktp)!}$,
- $|P(D)^{lp} (P_k \circ f)(0)| \geq (|\hat{P}(0)| + 1)^{lp}, \ 1 \leq l \leq k.$

Démonstration.

Conclusion : $(P_k)_k$ converge uniformément sur les ensembles compacts de $\mathbb{C}$ vers une fonction entière g. Cette fonction satisfait donc

$$\left|P(D)^{lp}(g \circ f)(0)\right| \geq (|\hat{P}(0)| + 1)^{lp}, \quad \forall\, l \geq 1.$$

On pose $h = g - g(0)$, ainsi $h \circ f \in \overline{A(f)}$ et

$$\begin{aligned}\left|P(D)^{lp}(h \circ f)(0)\right| &\geq \left|P(D)^{lp}(g \circ f)(0)\right| - \left|P(D)^{lp}(g(0))\right| \\ &\geq (|\hat{P}(0)| + 1)^{lp} - |\hat{P}(0)|^{lp}|g(0)| \\ &\xrightarrow{l \to +\infty} +\infty.\end{aligned}$$

Autrement dit, $h \circ f \neq 0$ est un élément de $\overline{A(f)}$ qui n'est pas vecteur hypercyclique de $P(D)^d$. Par conséquent, $h \circ f \notin HC(P(D))$.

Démonstration.

On construit $(b_k)_k$ par récurrence.

Rang $k = 1$: On calcule

$$b(f - a_0)^t = b\left(z^p + \sum_{n \geq p+1} a_n z^n\right)^t = bz^{pt} + \sum_{n \geq tp+1} c_n z^n.$$

Donc,

$$P(D)^p\big(b(f - a_0)^t\big) = b(pt)!\hat{P}(t) + P(D)^p \sum_{n \geq tp+1} c_n z^n$$
$$\implies P(D)^p\big(b(f - a_0)^t\big)(0) = b(tp)!\hat{P}(t)^p.$$

On définit

$$b = \left(\frac{|\hat{P}(0)| + 1}{|\hat{P}(t)|}\right)^p \times \frac{1}{(tp)!}$$

et donc la conclusion est vraie pour $b_1 = b$.

Démonstration.

Supposons la construction jusqu'au rang $k-1$.

On calcule

$$P_{k-1} \circ f + b(f-a_0)^{kt} = P_{k-1} \circ f + bz^{ktp} + \underbrace{\sum_{n \geq ktp+1} c_n z^n}_{=:g}.$$

Pour $1 \leq l \leq k$,

$$P(D)^{lp}(P_{k-1} \circ f + b(f-a_0)^{kt}) = P(D)^{lp}(P_{k-1} \circ f) + P(D)^{lp}\left(bz^{ktp} + g\right).$$

Si $l \leq k-1$, alors le deuxième terme s'annule en 0 ($\deg P^{lp} < ktp$) et donc la conclusion est conséquence de l'hypothèse de récurrence.

Démonstration.

Si $l = k$, alors

$$P(D)^{kp}(P_{k-1} \circ f + b(f - a_0)^{kt})(0) = P(D)^{kp}(P_{k-1} \circ f)(0) + b(ktp)!\hat{P}(t)^{kp}.$$

Il suffit de prendre $b \in \mathbb{C}$ dans la même direction de $P(D)^{kp}(P_{k-1} \circ f)(0)$ et de valeur absolue

$$|b| = \left(\frac{|\hat{P}(0)| + 1}{|\hat{P}(t)|} \right)^{kp} \times \frac{1}{(ktp)!}.$$

On trouve donc

$$\begin{aligned} |P(D)^{kp}(P_{k-1} \circ f + b(f - a_0)^{kt})(0)| &= |P(D)^{kp}(P_{k-1} \circ f)(0) + b(ktp)!\hat{P}(t)^{kp}| \\ &\geq |b(ktp)!\hat{P}(t)^{kp}| \\ &= (|\hat{P}(0)| + 1)^{kp}. \end{aligned}$$

La récurrence se complète si l'on prend $b_k = b$. ■

Derniers problèmes ouverts

- Peut-on généraliser cette méthode ? Jusqu'à quel point ces résultats négatifs s'étendent ?
- Peut-on trouver une méthode incluant $\cos(D), De^D$ ou $e^D - I$?
- Peut-on trouver le même résultat négatif pour d'autres fonctions entières ϕ ?
- Peut-on trouver une méthode générale pour montrer qu'un opérateur n'admet pas d'algèbre hypercyclique fermée ?
- Que peut-on dire des opérateurs de la forme $P(C_\varphi)$, où P est un polynôme et $C_\phi : H(\mathbb{C}) \to H(\mathbb{C}), f \mapsto P(f \circ \phi)$ est un opérateur de composition hypercyclique ?
- Que peut-on dire des opérateurs de la forme $P(B)$ où B est l'opérateur de décalage sur $\ell_1(\mathbb{N})$?

Bibliographie (ordre de citation)

- Ampère, A. M. (1806). *Recherches sur quelques points de la théorie des fonctions dérivées qui conduisent à une nouvelle démonstration de la série de Taylor, et à l'expression finie des termes qu'on néglige lorsqu'on arrête cette série à un terme quelconque.* Imprimerie impériale. École Polytechnique, Band 6, Cahier 13, 148–181.
- Weierstrass, K. (1988). *Über continuirliche functionen eines reellen arguments, die für keinen werth des letzteren einen bestimmten differentialquotienten besitzen.* In Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre (pp. 190-193). Springer, Vienna.
- Gurarii, V. I. (1991). *Linear-spaces composed of nondifferential functions.* Dokladi na Bolgarskata Akademiya na Naukite, 44(5), 13-16.
- Fonf, V. P., Gurariy, V. I., & Kadets, M. I. (1999). *An Infinite Dimensional Subspace of* $C[0,1]$ *Consisting of Nowhere Differentiable Functions.* Dokladi na Bulgarskata Akademia na Naukite, 52(11-12), 13-16.

Bibliographie (ordre de citation)

- Bayart, F., & Quarta, L. (2007). *Algebras in sets of queer functions.* Israel Journal of Mathematics, 158(1), 285-296.

- Aron, R., Gurariy, V., & Seoane-Sepúlveda, J. (2005). *Lineability and spaceability of sets of functions on $\mathbb{R}$.* Proceedings of the American Mathematical Society, 133(3), 795-803.

- Aron, R. M., Pérez García, D., & Seoane-Sepúlveda, J. B. (2006). *Algebrability of the set of non-convergent Fourier series.* Studia Mathematica, 175(1), 83-90.

- Aron, R. M., Conejero, J. A., Peris, A., & Seoane–Sepúlveda, J. B. (2007). *Powers of hypercyclic functions for some classical hypercyclic operators.* Integral Equations and Operator Theory, 58(4), 591-596.

- Bayart, F., & Matheron, É. (2009). *Dynamics of linear operators* (No. 179). Cambridge university press.

- Shkarin, S. (2010). *On the set of hypercyclic vectors for the differentiation operator.* Israel Journal of Mathematics, 180(1), 271-283.

Bibliographie (ordre de citation)

- Bayart, F., Júnior, F. C., & Papathanasiou, D. (2021). *Baire theorem and hypercyclic algebras.* Advances in Mathematics, 376, 107419.
- Bès, J., Conejero, J. A., & Papathanasiou, D. (2018). *Hypercyclic algebras for convolution and composition operators.* Journal of Functional Analysis, 274(10), 2884-2905.