

CC1

Documents, calculatrices et portables interdits. Chaque réponse doit être accompagnée d'une justification.

Durée : 1h

Exercice 1. a) Déterminer (sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles) le sous-ensemble de \mathbb{R} défini par la condition sur x suivante : $|x - 2| > 3$.

b) Même question pour la condition $\sqrt{x - 3} \leq 3$.

Exercice 2. On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x^3 - 8}{(x - 2)x^2}$.

a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

c) Trouver une simplification de $f(x)$. En déduire $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Exercice 3. On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \sin(x/2) \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{1 - x}.$$

a) Préciser l'ensemble de définition de f et celui de g .

b) Déterminer l'ensemble de définition de $g \circ f$ et justifier que $g \circ f$ est périodique, de période à déterminer.

Exercice 4. 1. On rappelle que pour tous réels a, b ,

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

a) En utilisant la formule précédente, trouver, pour $a \in \mathbb{R}$, une expression de $\cos(2a)$ en fonction de $\cos a$.

b) En déduire, pour tout $x \in [-1, 1]$, une simplification de $\cos(2 \arccos(x))$.

2. A quelle condition sur le réel x a-t-on $\arccos(\cos x) = x$?

Exercice 5. Dans chacun des cas suivants, calculer la fonction dérivée de f et déterminer son sens de variation.

a) $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (\sqrt{x} + 1)^3$.

b) $f :]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2 - x^2}{x - 1}$.