

CC2

Documents, calculatrices et portables interdits. Les réponses doivent être accompagnées d'une justification.

Durée : 1h

Exercice 1. On définit la fonction $f :]-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. On rappelle que $x_0 \in]-\infty, 2]$ est un point critique de f si $f'(x_0) = 0$.

- Déterminer les points critiques de f .
- Dresser le tableau de variations de f .
- Déterminer les points où f atteint un maximum ou un minimum en précisant à chaque fois si ce maximum (resp. minimum) est global ou local.

Exercice 2. a) Résoudre l'équation $3^x = 2^{x+2}$.

b) Résoudre l'inéquation $\ln(3 - 2x) > 1$.

Exercice 3. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \ln(e^x + 1)$.

- Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$.
- Ecrire la formule de Taylor-Young en 0 à l'ordre 2 pour la fonction g .
- En déduire la limite de $\frac{2g(x) - 2\ln 2 - x}{x^2}$ lorsque x tend vers 0.

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes.

$$a) \int_1^4 (x-2)^2 dx \quad b) \int_1^8 x^{-1/3} dx \quad c) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + (\cos x)^2} dx$$