

CC1 : 15 mars 2021 : 17h30 - 19h (1h ; 1h20 pour les tiers temps)

On attachera le plus grand soin à la présentation et aux calculs. Aucun document ni appareil numérique autorisé. Dans tout exercice, on peut admettre le résultat d'une question pour en traiter d'autres. Les questions avec * sont plus difficiles.

Exercice 1. On considère la courbe paramétrée d'équation

$$\begin{cases} x(t) &= 2t - \frac{1}{t^2}, \\ y(t) &= 2t + t^2, \end{cases}$$

- 1) Quel est le domaine de définition de la courbe ?
- 2) Calculer le vecteur dérivée $(x'(t), y'(t))$.
- 3) Calculer l'équation de la tangente au point de paramètre $t = 1$.
- 4*) Montrer que si $y(s) = y(t)$ alors $s + t = -2$. En déduire que la courbe admet un seul et unique point double (rappel : si s, t sont deux réels tels que $s + t = S$ et $st = P$ où $S, P \in \mathbb{R}$, alors s et t sont solutions de l'équation $X^2 - SX + P = 0$).

Exercice 2. Soit la fonction

$$f(x, y) = 2 \cos(3x) \sin(5y) \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- 1) Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$.
- 2) Calculer $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y)$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$.
- 3) Trouver un couple $(a, b) \in \mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$ tel que pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ on ait

$$a \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) - b \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0.$$

Exercice 3. Dans un circuit électrique, on suppose que l'intensité du courant vaut $I = \frac{U}{R}$ où U est la tension et R la résistance. On a une incertitude relative de 2% sur la mesure de U et de 3% sur la mesure de R . Donner l'incertitude relative sur la mesure de I . (On pourra écrire I comme une fonction de R et de U et calculer sa différentielle).

Barème indicatif :

- exercice 1 : 2 points par question (sauf la question 4 sur 4 points) ;
- exercice 2 : 2 points par question ;
- exercice 3 sur 4 points.