

Lista de exercícios 11 - Cônicas

Lembrete: nosso contexto é o plano, isto é, $z = 0$ em todos os exercícios!

Exercício 1. Escrever a equação, descrever e esboçar a elipse de focos $F_1 = (2, 3)$, $F_2 = (2, -5)$ e eixo maior de comprimento 10.

Exercício 2. Encontre a equação da hipérbole cujos focos são $F_1 = (0, 4)$ e $F_2 = (0, -4)$ e a diferença dos raios focais é 6

Exercício 3. Escreva a equação da parábola de foco $F = (0, 3)$ e cuja diretriz é a reta $y = -3$.

Exercício 4. Obtenha a equação da elipse que tem o centro em $C = (-3, 0)$, um foco em $F = (-1, 0)$ e é tangente ao eixo Oy .

Exercício 5. Escreva a equação da hipérbole de centro em $C = (-2, 1)$, eixo focal paralelo a Ox , e que passa pelos pontos $(0, 2)$ e $(-5, 6)$.

Exercício 6. Identifique, descreva e esboce as curvas:

(a) $y^2 + 8x + 4y - 20 = 0$

(b) $4x^2 - 9y^2 - 16x - 18 = 29$

Exercício 7. Escreva a equação da hipérbole de focos $F_1 = (2, 2)$, $F_2 = (-2, -2)$ e tal que se semi-eixo focal vale 2.

Exercício 8. Calcule a área do quadrilátero que tem dois vértices nos focos da cônica $x^2 + 5y^2 = 20$ e os outros dois vértices coincidem com os extremos de seu eixo menor.

Exercício 9. Obtenha na parábola $y^2 = 16x$ os pontos cujos raios focais medem 13 unidades

Exercício 10. Escreva as equações das circunferências, esboçando seus gráficos. Obtenha todos os seus elementos (centro, raio).

(a) Centro $(-2, 1)$ e raio 5.

(b) Passa pelos pontos $(1, -2)$, $(1, 1)$, $(2, 3)$

(c) Um diâmetro é o segmento que une os pontos $(0, -1)$ e $(-2, -3)$.

(d) Corta o eixo Ox nos pontos $(-1, 0)$ e $(3, 0)$ e o centro está na reta $y = x - 1$.

Exercício 11. Escreva as equações das elipses abaixo, esboçando seus gráficos. Obtenha todos os seus elementos (focos, vértices, excentricidade, centro, eixos).

(a) Focos $F_1 = (3, 0)$, $F_2 = (-3, 0)$ e soma dos raios focais 12.

(b) Dois vértices em $A_1 = (3, -4)$ e $A_2 = (3, 4)$ e distância focal 4.

(c) Vértices $(-5, 0)$, $(5, 0)$, $(0, -4)$, $(0, 4)$

(d) Focos sobre o eixo Oy , distância focal 8 e excentricidade $2/3$

(e) Centro $(2, -1)$ e passa pelos pontos $(-3, -1)$ e $(2, 3)$

(f) Focos $(-2, -2)$ e $(2, 2)$ e soma dos raios focais 12.

Exercício 12. Escreva as equações das hipérbolas abaixo, esboçando seus gráficos. Obtenha todos os seus elementos (focos, vértices, excentricidade, centro, eixos).

(a) Focos $F_1 = (2, -7)$, $F_2 = (2, 5)$ e diferença dos raios focais 5.

(b) Vértices $(2, -1)$ e $(2, 7)$ e excentricidade $3/2$

(c) Vértices $(0, -2)$ e $(0, 2)$, assíntotas $y = \pm 2x$ e não corta o eixo Ox .

(d) Focos $(-2, 2)$ e $(2, -2)$, e vértices $(2, -2)$ e $(-2, 2)$.

Exercício 13. Escreva as equações das parábolas, esboçando seus gráficos. Obtenha todos os seus elementos (foco, vértices, eixo, diretriz).

(a) Foco $(3, 0)$ e diretriz $r : x + 3 = 0$

(d) Foco $(-4, 1)$ e diretriz $y = 3$

(b) Foco $(0, -2)$ e diretriz $r : y = 2$

(e) Vértice $(2, 0)$ e foco $(0, 0)$

(c) Foco $(-2, 0)$ e diretriz $r : x - 4 = 0$

(f) Vértice $(4, -1)$, eixo focal $r : y + 1 = 0$ e passa pelo ponto $(3, -3)$.

Exercício 14. Calcule a interseção da elipse de vértices $(\pm 5, 0)$, $(0, \pm 1)$ com a circunferência de centro na origem e raio 2.

Exercício 15. Determine os comprimentos dos raios focais do ponto $(6, 5)$ sobre a curva $5x^2 - 4y^2 = 80$.

Exercício 16. Uma circunferência centrada no ponto $(4, -1)$ passa pelo foco da parábola $x^2 + 16y = 0$. Mostre que esta circunferência é tangente à diretriz da parábola.

Exercício 17. Identifique e esboce as curvas abaixo. Determine todos os seus elementos, conforme o caso (focos, vértices, centro, eixos, diretriz, excentricidade, assíntotas) :

(a) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$

(e) $y^2 - 4x + 2y + 9 = 0$

(j) $x^2 + y^2 + 4y = 0$

(b) $\frac{(x+3)^2}{36} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

(f) $x^2 - 4x - 5y - 11 = 0$

(k) $2x^2 - 3y^2 = 6$

(c) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

(g) $x^2 + y^2 - 2x = 0$

(l) $5y^2 - x^2 + 20 = 0$

(d) $y^2 = -12x$

(h) $x^2 - 2y = 0$

(m) $x^2 - y^2 - 6x - 2y = 28$

(i) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

(n) $4x^2 + 4y^2 = 10$

Exercício 18. Uma corda da circunferência $x^2 + y^2 = 25$ encontra-se sobre a reta $x - 7y + 25 = 0$. Determine o comprimento da corda.

Exercício 19. Determine os valores de m e q para que a equação $x^2 + qy^2 + 2mx - 1 = 0$ represente:

(a) uma circunferência

(d) uma hipérbole

(g) o conjunto vazio

(b) uma elipse

(e) uma reta

(h) um ponto

(c) uma parábola

(f) duas retas

Exercício 20. Calcule a área do triângulo formado pela reta $9x + 2y - 24 = 0$ e pelas assíntotas da hipérbole $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. Esboce.

Exercício 21. Determine a equação da elipse cujos focos são os vértices da cônica $x^2 - y^2 - 4y = 8$ e dois de seus vértices são os focos da cônica dada.

Exercício 22. Escreva a equação do lugar geométrico de um ponto que se move de modo que sua distância à reta $x + 3 = 0$ é sempre duas unidades maior do que sua distância ao ponto $(1, 1)$. Esboce.

Exercício 23. A base de um triângulo é fixa, sendo seus extremos os pontos $(3, 0)$ e $(-3, 0)$. Determine e identifique a equação do lugar geométrico do vértice oposto à base, se o produto das inclinações dos lados variáveis é sempre igual a 4. Esboce.

Exercício 24. Uma parábola tem como eixo focal o eixo imaginário da hipérbole $y^2 - 9x^2 - 6y = 0$. Passa pelos focos da cônica dada e corta o eixo dos x no ponto $(1, 0)$. Escreva a equação dessa parábola.

Exercício 25. A elipse cujos focos são $(-3, 4)$ e $(5, 4)$ e a soma dos raios focais é 12 tem dois pontos cujos raios focais são todos iguais. Escreva a equação da reta que passa por esses dois pontos.