

Lista de exercícios 12 - Quádricas

Exercício 1. Nos exercícios abaixo, identifique, descreva e esboce as superfícies dadas.

- (a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$ (c) $x^2 - y^2 + z^2 = -1$ (e) $x^2 - y^2 + z^2 = 0$
 (b) $x^2 + y^2 = -(4 - z)$ (d) $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ (f) $x^2 - z^2 = y$

Exercício 2. Determine as possibilidades de interseção do hiperbolóide de duas folhas $x^2 + y^2 - z^2 = -1$ com o plano $x + mz = 1$, dependendo dos valores de m .

Exercício 3. Escreva as equações dos planos tangentes à esfera $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$ e paralelo ao plano $4x + 3z - 17 = 0$.

Exercício 4. Discuta, identifique e esboce as superfícies:

- (a) $y^2 + z^2 = 4$ (c) $x^2 + 4z^2 = 4z$ (e) $z = y - 2$
 (b) $9x^2 - 9y^2 = 36$ (d) $x^2 + 8y = 0$ (f) $y = 3$

Exercício 5. Identifique, discuta e esboce as superfícies de equações:

- (a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (f) $x^2 - y^2 + z^2 = 0$ (k) $x^2 - 9y^2 = 9z^2$
 (b) $9x^2 - 4y^2 = 36 + 4z^2$ (g) $x^2 - 9y^2 = 0$ (l) $9x^2 + 4z^2 + 36y^2 = 0$
 (c) $y^2 - 4x = 0$ (h) $x^2 = 2 - 2z - 8y^2$ (m) $x^2 - 9y^2 = 9z^2$
 (d) $x^2 + z^2 = 4y^2$ (i) $x^2 - 9y^2 = 9z$ (n) $x^2 - 4 = 0$
 (e) $x^2 - y^2 + z = 0$ (j) $4y = x^2 + 2z^2$ (o) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 18z + 13 = 0$

Exercício 6. Escreva a equação da esfera cuja diâmetro é o segmento que une os pontos $(1, 2, 3)$ e $(2, -1, 0)$.

Exercício 7. A reta $r: y = 3x, z = 0$, gira em torno do eixo Ox determinando uma superfície. Escreva a equação dessa superfície e a identifique.

Exercício 8. Mostre que a equação $y^2 - z^2 = 0$ representa dois planos que se interceptam. Esboce. Obtenha a interseção desses planos.

Exercício 9. Obtenha as equações paramétricas da reta que contém o diâmetro da esfera $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + z = 11$ que é perpendicular ao plano $5x - y + 2z = 17$.

Exercício 10. Escreva as equações dos planos tangentes à superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e paralelos ao plano $x + 2y - 2z + 15 = 0$.

Exercício 11. Determine os valores de m para os quais a interseção do plano $x + my - 2 = 0$ com o parabolóide elíptico $\frac{x^2}{2} + \frac{z^2}{3} = y$ seja:

- (a) uma parábola (c) uma elipse (e) um ponto (g) uma reta
 (b) uma circunferência (d) uma hipérbole (f) duas retas (h) vazia

Exercício 12. Determine condições sobre as constantes a , b e c de modo que a superfície $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ passe a ser obtida pela rotação, em torno do eixo Ox , de uma hipérbole do plano xOz , com focos sobre o eixo Oz . Identifique e esboce a superfície obtida e a curva geratriz.

Exercício 13. Escreva a equação do cilindro circunscrito à esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z = 3$, e cujas geratrizes são paralelas ao eixo Oz .

Exercício 14. Determine a equação e identifique a superfície gerada pela rotação da reta $z = x, y = 2$ em torno da reta $r : x = 0, y = 2$.

Exercício 15. Os cilindros $x^2 + z^2 + 4x - 6z + 9 = 0$ e $y^2 + z^2 - 2y - 6z + 6 = 0$ são circunscritos à mesma esfera. Determine a equação dessa esfera.

Exercício 16. Uma esfera tem centro sobre o eixo Oz e no plano $2x - 3y + 4z = 6$, e é tangente ao plano xOy . Escreva sua equação.

Exercício 17. Determine a equação da esfera cujo centro é o ponto $(3, 2, -2)$ e que é tangente ao plano $x + 3y - 2z + 1 = 0$.