

Lista de exercícios 8 - Planos

Exercício 1. Obtenha as equações paramétricas e cartesiana do plano π que contém pontos $P_1 = (-1, 1, -2)$, $P_2 = (1, 2, 1)$ e $P_3 = (1, 4, 3)$. Verifique se os pontos $A = (-1, 3, 0)$ e $B = (1, 1, -2)$ pertencem a esse plano. Obtenha um ponto C do plano, distinto dos pontos dados.

Exercício 2. Obtenha as equações cartesiana e paramétricas do plano que passa por $A = (1, 2, 3)$ e é paralelo aos vetores $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Exercício 3. Determine a equação normal do plano π que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$ e é paralelo ao plano $\pi_1 : 3x - y + 2z + 5 = 0$.

Exercício 4. Determine um vetor unitário normal a um plano paralelo a $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e a $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{k}$.

Exercício 5. Escreva as equações paramétricas do plano $3x - y + 2z + 6 = 0$.

Exercício 6. Seja π um plano cujas equações paramétricas são $x = 4 - s + 2t$, $y = 2 + s$ e $z = 3s - t$. Escreva a equação cartesiana do plano π .

Exercício 7. Determine a equação do plano que passa pelo ponto $A = (1, 2, 0)$ e é perpendicular aos planos $3x - y - 2z - 3 = 0$ e $2x + y - 3z + 1 = 0$.

Exercício 8. Determine a equação do plano π que contém os pontos $A = (1, 2, 3)$ e $B = (-2, 0, 6)$ e é paralelo ao vetor $-\vec{i} + 3\vec{j}$.

Exercício 9. Determine o ângulo entre o vetor $\vec{u} = (1, -1, -3)$ e um vetor normal ao plano π cujas equações paramétricas são $x = 2 - 3s + 2t$, $y = 1 - 3s + t$ e $z = 3 + s - 2t$.

Exercício 10. Escreva as equações dos três planos coordenados.

Exercício 11. Escreva a equação do plano paralelo ao plano xOz e que passa pelo ponto $P_0 = (1, 2, 3)$.

Exercício 12. Escreva as equações paramétricas e cartesiana do plano determinado pelos pontos $A = (3, 1, 2)$, $B = (4, -1, -1)$ e $C = (2, 0, 2)$.

Exercício 13. Ache a equação do plano que contém o ponto $A = (2, 1, -1)$ e é ortogonal ao vetor $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$. Os pontos $B = (-1, 1, 0)$ e $C = (0, 1, -1)$ pertencem a esse plano? Justifique.

Exercício 14. Escreva as equações paramétricas do plano que passa pelo ponto $P_0 = (1, 2, 2)$ e é paralelo aos vetores $\vec{u} = (2, 1, -1)$ e $v = (1, -1, -2)$. Obtenha outro ponto desse plano.

Exercício 15. Escreva a forma normal e cartesiana do plano que contém os pontos $A = (2, -1, 3)$ e $B = (2, 1, 2)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$.

Exercício 16. Seja π o plano de equação $2x - y - 3z = -5$. Determine o valor de m para que o ponto $P_0 = (m, m + 2, 2)$ pertença ao plano. Este plano passa pela origem? Como deveria ser a equação de um plano paralelo a esse, passando pela origem?

Exercício 17. Obtenha um vetor unitário normal ao plano $3x - y + z = 4$. Escreva as equações paramétricas desse plano.

Exercício 18. Obtenha um vetor de comprimento 15, normal ao plano $x = 2 - 3s - t$, $y = 1 + s - 2t$ e $z = -s - t$. Escreva a equação cartesiana do plano dado.

Exercício 19. O ponto $A = (2, -1, -1)$ é o pé da perpendicular baixada da origem a um plano. Ache a equação desse plano.

Exercício 20. Encontre um vetor de comprimento $2/3$ e que seja ortogonal ao plano que contém os pontos $M = (1, 0, 0)$, $N = (0, 2, 0)$ e $Q = (0, 0, 3)$. Escreva a equação cartesiana desse plano.

Exercício 21. Descreva e esboce o plano $y = 3$.

Exercício 22. Escreva a equação do plano que contém o eixo Oz e um vetor na direção da bissetriz do ângulo entre os vetores \vec{i} e \vec{j} . Esboce o plano.

Exercício 23. Escreva as equações cartesiana e paramétricas do plano que passa pela origem e é paralelo ao plano $5x + 2y - 3z + 6 = 0$. O ponto $B = (1, 0, 1)$ pertence a esse plano?

Exercício 24. Determine as equações paramétricas e cartesiana do plano que contém os pontos $A = (7, 2, -3)$ e $B = (5, 6, -4)$ e é paralelo ao eixo Ox . O ponto médio de AB pertence a esse plano?

Exercício 25. Determine a equação do plano que contém o ponto $A = (1, -2, 4)$ e é paralelo ao plano xOz . A origem pertence a esse plano? Esboce.

Exercício 26. Dados os planos $2x + my + 3z - 5 = 0$ e $nx - 6y - 6z = 0$, determine os valores de m e n para que sejam paralelos.

Exercício 27. Calcule os valores de m para que os planos $mx - 2y + z = 0$ e $mx + y - 1 = 0$ sejam perpendiculares.

Exercício 28. Escreva a equação do plano que passa pelos pontos $A = (1, -1, -2)$ e $B = (3, 1, 1)$ e é perpendicular ao plano $x - y + 3z - 5 = 0$.

Exercício 29. Escreva a equação do plano que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$ e é perpendicular aos planos $2x - y + 3z = 0$ e $x + 2y + z = 0$.

Exercício 30. Obtenha a equação do plano que passa pelo ponto $A = (2, 2, -1)$ e é paralelo aos eixos coordenados Oy e Oz .

Exercício 31. Quais pares, das equações abaixo, determinam planos paralelos ?

(a) $4x - 6y + 10z - 14 = 0$ e
 $6x - 9y + 15z - 14 = 0$

(c) $4x + 2y - 4z = 0$ e
 $2x - 6z - 4 = 0$

(b) $x = 1 - s + 2t, y = 3s - t, z = 2 + 2s - 2t$
e $x = 4 + s, y = 1 + s - t, z = 1 - t$

(d) $x - 3z + 2 = 0$ e
 $2x - 6z - 4 = 0$

Exercício 32. Quais pares, das equações abaixo, determinam planos perpendiculares?

(a) $3x + 9y - 2z - 5 = 0$ e $x - y - 3z - 4 = 0$

(b) $x - 3y - z - 9 = 0$ e $2x + y - z + 1 = 0$

(c) $3x - 5y + z = 0$ e $x + 5z + 8 = 0$

Exercício 33. Para que valores de m e n os pares de equações abaixo determinam planos paralelos?

(a) $2x + my + 2z = 0$ e $3x - y + nz - 2 = 0$

(b) $mx + 3y - 2z - 1 = 0$ e $2x - 5y - nz = 0$

Exercício 34. Determine os valores de m e n para que os pares de equações abaixo representem planos ortogonais.

(a) $3x - 5y + mz - 3 = 0$ e $x + 3y + 2z - 5 = 0$

(b) $2x + my + 3z = 1$ e $nx + y - 3z = 6$

(c) $-2x + 7y - 3z = 0$ e $x + my + nz - 1 = 0$

Exercício 35. Indique um vetor paralelo ao plano $3x + 2y - z = 4$.

Exercício 36. Escreva a equação do plano que passa pelo eixo Oz e pelo ponto $A = (4, 3, 1)$. Esboce o plano.