

Lista de exercícios 9 - Retas

Exercício 1. Escreva as equações vetorial, paramétricas e simétricas da reta que passa pelo ponto $P_0 = (1, 2, 3)$ e é paralela ao vetor $\vec{v} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$. Verifique se os pontos $A = (5, 0, -3)$ e $B = (-1, 3, 2)$ pertencem a essa reta. Obtenha outro ponto C da reta distinto dos anteriores.

Exercício 2. Escrever as equações paramétricas da reta dada pela interseção dos planos $\pi_1 : x + 2y - z + 1 = 0$ e $\pi_2 : 2x - y - z - 4 = 0$.

Exercício 3. Obter as equações paramétricas da reta dada por $x + 1 = \frac{2y-3}{5} = \frac{2-z}{4}$.

Exercício 4. Escreva as equações da reta que contém o ponto $A = (-2, 1, 0)$ e é perpendicular ao plano $2x + 3y - z = 4$.

Exercício 5. Escreva as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $P_0 = (1, -1, 1)$ e é paralela à reta interseção dos planos $3x - y + z = 0$ e $x + 2y - z = 0$.

Exercício 6. Escreva a equação da reta que passa pelo ponto $A = (1, -3, 2)$ e é paralela à reta

$$r : \frac{x-3}{4} = -(y+2); z = 9.$$

O ponto $M = (-1, -1, 9)$ pertence a essa reta?

Exercício 7. Escreva as equações dos eixos coordenados.

Exercício 8. Escreva as equações paramétricas e simétricas da reta que passa pelo ponto $A = (1, 2, 2)$ cujo vetor diretor é $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Exercício 9. Escreva as equações da reta que passa pelos pontos $P_1 = (1, 2, 3)$ e $P_2 = (5, 0, 6)$. Verifique se os pontos $P_3 = (9, -2, 9)$ e $P_4 = (9, 2, -3)$ pertencem a essa reta.

Exercício 10. Escreva as equações paramétricas e simétricas da reta cuja equação vetorial é $P = (1, 2, 3) + t(1, -1, 1), t \in \mathbb{R}$

Exercício 11. Obtenha as equações paramétricas da reta $r : x - 1 = \frac{5y + 4}{2} = -6z + 9$.

Exercício 12. Obtenha a reta $r : x = 2 - s, y = 4, z = 3s, s \in \mathbb{R}$, na sua forma simétrica.

Exercício 13. Determine as equações da reta que passa pelo ponto $A = (1, -1, 2)$ e pelo ponto médio do segmento BC , onde $B = (-1, 0, 1)$ e $C = (5, 2, 1)$.

Exercício 14. Obtenha, em cada caso, um vetor unitário paralelo à reta dada.

$$(a) r : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -5 + t \\ z = 2 + 4t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

$$(b) r : x - 1 = -\frac{z}{7}; y = 3$$

$$(c) r : \frac{2x+1}{2} = 2y - 1; z = 3$$

Exercício 15. A reta r passa pelo ponto $P_0 = (1, 2, 5)$ e é paralela à reta que contém os pontos $A = (3, 0, 1)$ e $B = (-1, 2, 1)$. Escreva suas equações.

Exercício 16. Determine as equações da reta que passa pela origem e é ortogonal às retas $r_1 : x = t + 2, y = 5t + 3, z = 6t + 5$ e $r_2 : x = 1 + 3s, y = s, z = -7 + 2s$.

Exercício 17. Obtenha as equações da reta dada pelos planos $x + y + z = 0$ e $2x + 3y - z - 4 = 0$.

Exercício 18. Escreva a equação da reta passa pelo ponto $C = (-1, 1, 0)$ e é paralela aos planos $3x + 3y + z + 1 = 0$ e $x + y - z = 0$.

Exercício 19. Escreva a equação do plano que contém o ponto $A = (2, 3, 0)$ e é perpendicular à reta $y = 2; \frac{x-1}{2} = \frac{z}{4}$.

Exercício 20. O plano π contém o ponto $Q = (2, 1, 2)$ e é perpendicular à reta que passa pela origem e por Q . Escreva sua equação.

Exercício 21. Decomponha o vetor $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ na soma dos vetores \vec{u} e \vec{w} tal que \vec{u} seja paralelo à reta $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-3} = z + 1$ e \vec{w} seja perpendicular a essa reta.

Exercício 22. Escreva as equações do plano que contém a reta

$$r : \begin{cases} x = 1 + 8\lambda \\ y = 5 - 6\lambda \\ z = -1 - 2\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R},$$

e a reta interseção dos planos $\pi_1 : x + y + z = 2$ e $\pi_2 : 2x + 3y - z = 4$.

Exercício 23. Determine as equações da reta r que passa pelo ponto $A = (1, 2, -1)$, é perpendicular ao vetor $\vec{v} = \vec{j} + \vec{k}$ e é paralela ao plano $\pi : x + y - 5 = 0$.

Exercício 24. Dê as equações da reta que contém o ponto $M = (2, -1, 3)$ e é perpendicular ao plano $\pi : 3x + y - 2z = 9$.